「アートとしての数学」 http://haniu.a.la9.jp/nuas/index.html

植物に現れる数列

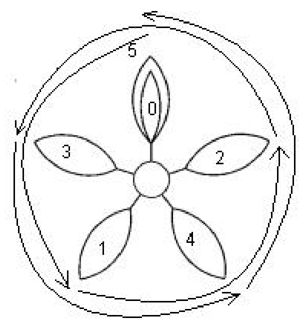
「1, 1 で始まり, 前の 2 数の和が次の数になる」という規則で数を並べると,

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ······

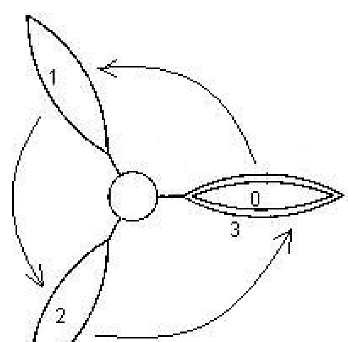
となってゆく．この数列はフィボナッツィ数列と呼ばれている．フィボナッツィ数列はピサのレオナルド (通称フィボナッツィ) 著「計算の書」(1202 年) に記されている．

1830 年頃, ドイツの植物学者シンパーとブラウンはモミカサや植物の葉のつき方にフィボナッツィ数列などが現れることを発見した.

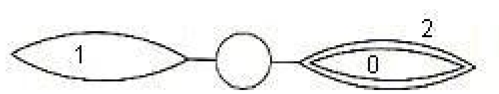
植物の葉のつき方 (葉序) には, 植物ごとに規則がある．茎に沿って，葉を上か下にたどるとき，葉が伸びる方向がどう変わるか？
たとえば, 右図はバラ科 (バラ, 桜, 梅) などの植物の葉のつき方を示したもので，茎にそって下向きに，0 番, 1 番, 2 番, ··· と, 葉に番号づけしてある.
これを見ると, 葉が 1 枚進むごとに, $\dfrac{2}{5}$ 回転することがわかる.



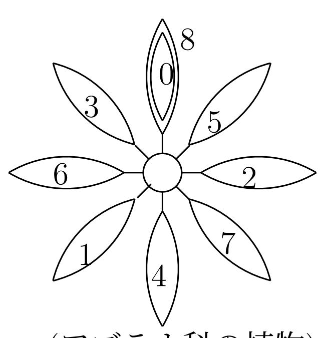
問 それぞれの葉について, 葉 1 枚進むごとに何回転するか？ 分数で答えてください.



(カヤツリグサ科やイヌサフラン)



(チューリップ，グラジオラス)



(アブラナ科の植物)

これらの他, 松は葉 1 枚につき $\dfrac{8}{21}$ 回転. すなわち葉 21 枚で 8 回転. タンポポ, 柳は $\dfrac{5}{13}$ 回転. の植物を調べても, $\dfrac{8}{21}$ や $\dfrac{13}{34}$ などが現れることがある. このように, 植物によって決まった回転角で葉が伸びる方向が変わっていくような葉序 (葉の付き方) を, **螺旋葉序**という.

これらを見ると, **すべて, 分子と分母の数は, フィボナッツィ数列において 1 つ間をあけた 2 数である.**

ただし, 以上に挙げたような, 植物ごとの回転数は, 一つの植物でも茎の下方の古い葉と上方の若い葉で変化がある. 上方の新しく小さい葉で回転角を調べると, 植物によらず一定の回転数, 約 0.382 に近づいてゆき, 下方の古い葉に向うと, 上に挙げた植物に特有の回転数になってゆく, という. (1922 年, ヒルマーの研究)

約 0.382 という値は, フィボナッツィ数列の 2 個間隔でできる分数,
$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{13}, \cdots\cdots$
が, 限りなく近づいてゆく先の値である. 葉 1 枚につき 約 0.382 回転ということだが, 0.382 回転の角度 (約 137°) は, 1 回転 (360°) を **黄金比** $1 : 1.618\cdots$ に分ける角度である.

螺旋葉序の回転数 ここまで, 螺旋葉序に現れる回転数として, 分母, 分子ともフィボナッツィ数列の場合だけを挙げたが, 分母が**フィボナッツィ数列でない場合もある**. 19 世紀の植物学者シンパーとブラウンの研究によると, 螺旋葉序の回転数として現れるのは, 以下の数である.

以下のどの段の数列も, 分子はフィボナッツィ数列 1, 1, 2, 3, 5, 8, $\cdots\cdots$ の数である.

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{13}, \cdots\cdots$ (分母は 2, 3 ではじまって, 前の 2 数をたして次の数にする. この場合だけ, 分母分子ともにフィボナッツィ数列の数)

$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{3}{11}, \frac{5}{18}, \cdots\cdots$ (分母は 3, 4 ではじまって, 前の 2 数をたして次の数にする)

$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{9}, \frac{3}{14}, \frac{5}{23}, \cdots\cdots$ (分母は 4, 5 ではじまって, 前の 2 数をたして次の数にする)

$\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{11}, \frac{3}{17}, \frac{5}{28}, \cdots\cdots$ (分母は 5, 6 ではじまって, 前の 2 数をたして次の数にする)

$\cdots\cdots$

一般的にいうと, 分母は n, $n+1$ (n は自然数) ではじまり, 「前の 2 数をたして次の数にするルールでできる数列」の数.

以上, 「植物に現れる数列」については, 主に, **ベングト・ウリーン著「シュタイナー学校の数学読本」(ちくま学芸文庫)** を, 参考にした. この本は, 数学と芸術や自然現象の関係について, 図が多くわかりやすく, 中学程度の数学知識で読めて, しかも内容がある, という数少ない良書である.