

「アートとしての数学」 <http://haniu.a.la9.jp/nuas/index.html>

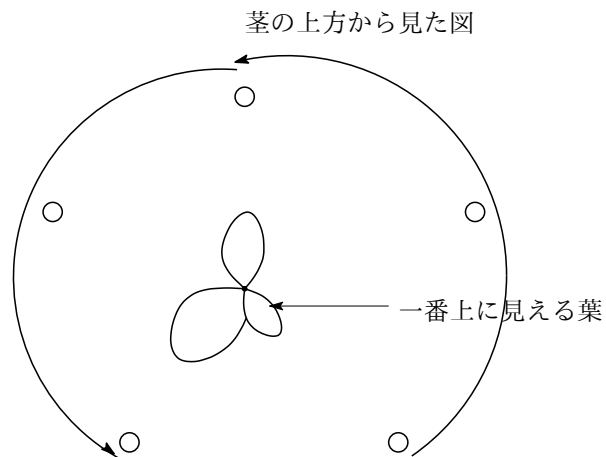
葉のつき方 (葉序)

植物を, 茎を中心にして上から見ると, 葉が伸びる方向には規則がある.

作業 1 茎のまわりに, 5 人の人がまわく輪を作っているとイメージする. 一番上に見える葉は, 5 人のうちの一人の方向に伸びるとする.

この方向の人から, 輪を左まわりに 2 人分まわった人の方向に, 次の葉が伸びている. この葉ははじめの葉より少し長い.

次に, また, 輪を左まわりに 2 人分まわった人の方向に, 次の葉が前より少し長く伸びている.

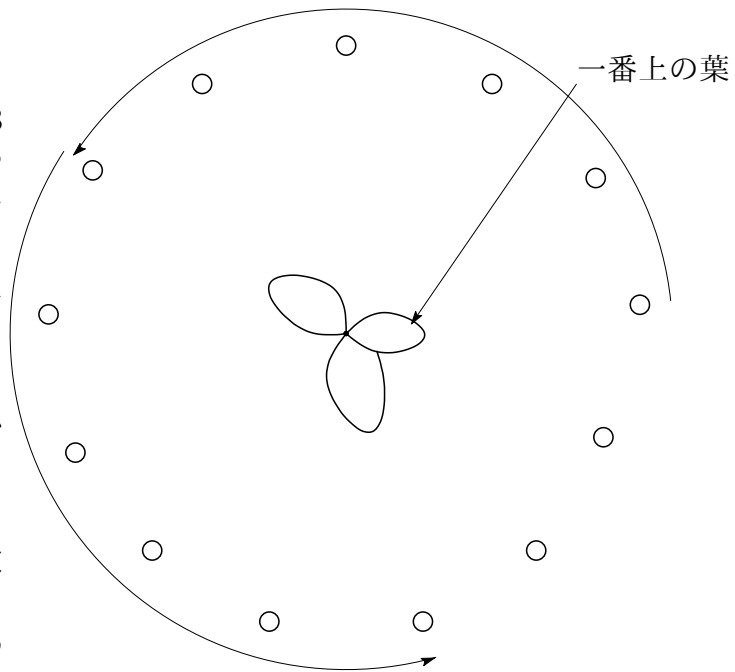


以下同様に, 左まわりに 2 人ずつまわった方向に, 次の葉を前より少し長く伸ばす. これを, 葉が 10 枚以上になるまでくりかえして描いてください.

こうしてできた葉は, 次の葉の方向がいつも $\frac{2}{5}$ 回転ずつ変わるので, $\frac{2}{5}$ 回転の葉と言うことにしよう.

作業 2 茎のまわりに、13 人の人がまるく輪を作っているとイメージする。一番上に見える葉から次々に、輪を左まわりに 5 人分まわった人の方向に、次の葉が前の葉より少し長く伸びていく。この規則で、葉が 26 枚以上になるまでくりかえして描いてください。

こうしてできた葉は、次の葉が、輪を $\frac{5}{13}$ 回転した人の方向に伸びるので、 $\frac{5}{13}$ 回転の葉と言うことにしよう。

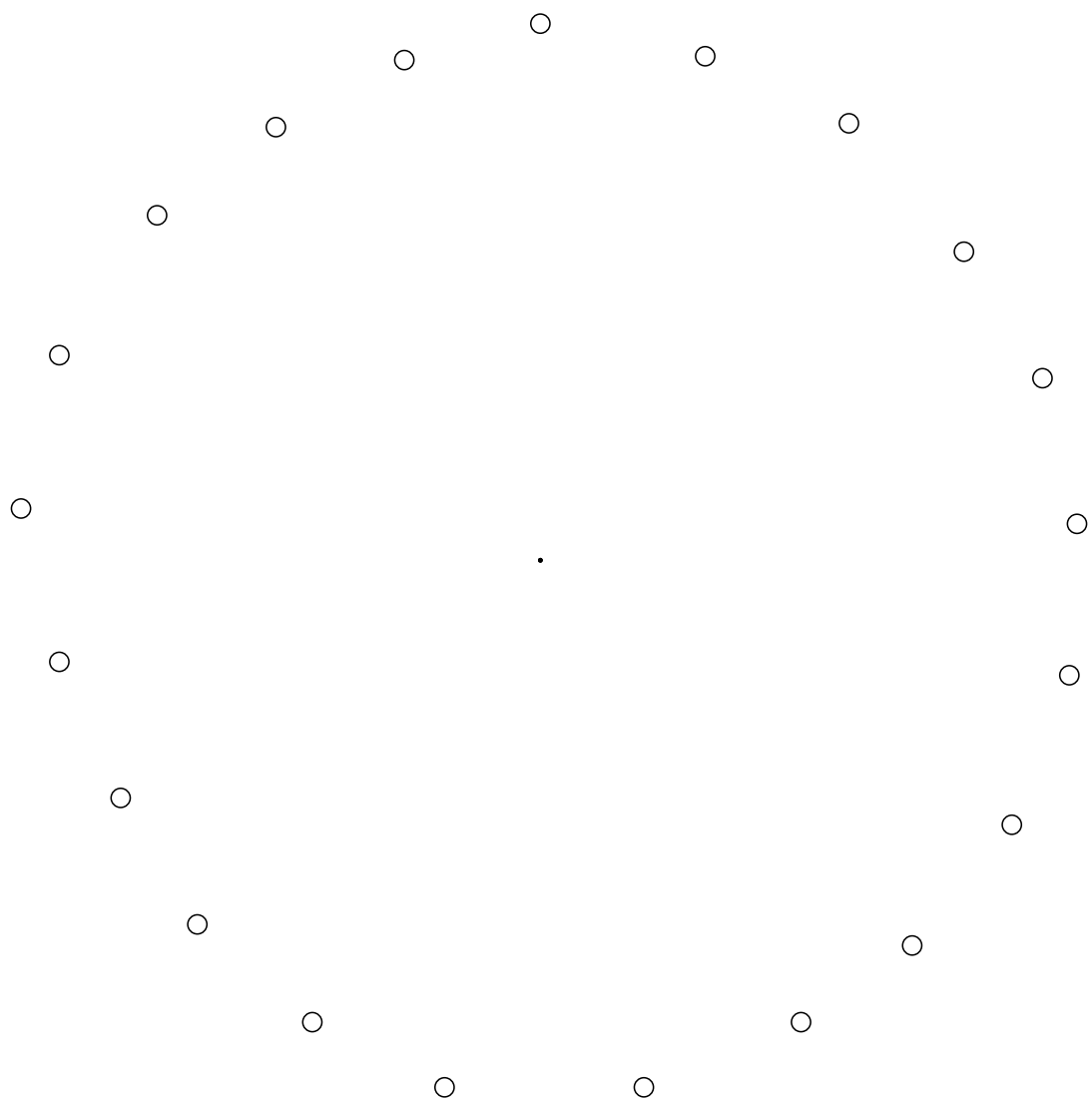


作業 3 茎のまわりに、21 人の人がまるく輪を作っているとイメージする。一番上に見える葉から次々に、輪を左まわりに 8 人分まわった人の方向に、次の葉が前の葉より少し長く伸びていく。

この規則で、葉が 42 枚以上になるまでくりかえして描いてください。一番上の葉の方向は自由。葉の形も自由。

それと同時に、一番上に見える葉から、描いた順番に、0, 1, 2, 3, …… と、葉に番号を書きこんでください。

こうしてできた葉は、 $\frac{8}{21}$ 回転の葉である。



次に、葉のぬりわけをする。葉につけた番号が、
 0, 8, 16, 24, 32, 40
 の葉に、色を塗る。(黒鉛筆でうすく塗る, でもよい)
 次に、1, 9, 17, 25, 33, 41
 の葉を別の色にする。(何も塗らない, でもよい)
 同様に、番号が 8 ずつ増える葉の並びを、同じ色にして、2 色でぬり
 分けていく。
 2, 10, 18, 26, 34, 42 の並び,

3, 11, 19, 27, 35, 43 の並び
 などを 2 色で塗り分けていく.
 こうすると, 螺旋が現れるはずである.

螺旋葉序とフィボナツツィ数列

作業 1~3 で描いたような葉のつき方を螺旋葉序と呼んでいる. (螺旋葉序以外の葉のつき方もいろいろある)

また, 「1, 1, から始めて, 前の 2 数をたすと次の数になる」というルールでできる数の列,

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ……

は, フィボナツツィ数列と呼ばれている.

作業 1~3 で描いた葉の回転数, $2/5$, $5/13$, $8/21$ の分子と分母は, いずれも, フィボナツツィ数列の並びで一つ間をあけた 2 数になっている. 自然界の植物の葉には, このような, フィボナツツィ数列が現れるような葉のつき方がよく見られることが知られている.

ただし, 螺旋葉序の場合の回転数の分子と分母は, フィボナツツィ数列の数が多く見られるが, フィボナツツィ数列以外の数列の数も現れることがある.

問 作業 3 で描いた螺旋は全部で何本できたか.

作業 4 回転数を, フィボナツツィ数列の数にこだわらず, 自由に決めて, 作業 1~3 と同様の葉を描く. もし, 螺旋が見えてきたら色で塗り分けてみる.