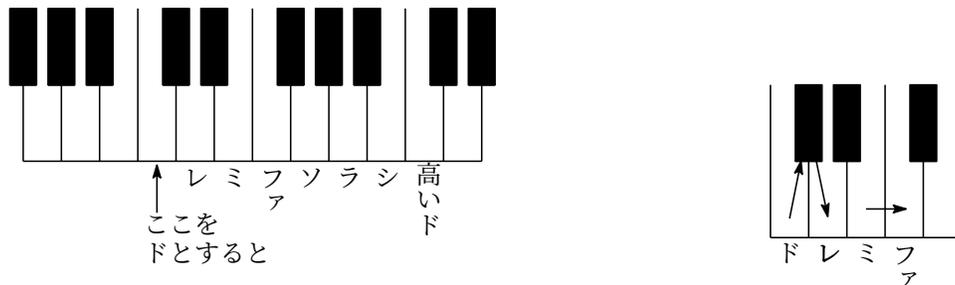


「アートとしての数学」  
<http://haniu.a.la9.jp/nuas/index.html>

## 音階と五七調を見比べる

### 音階



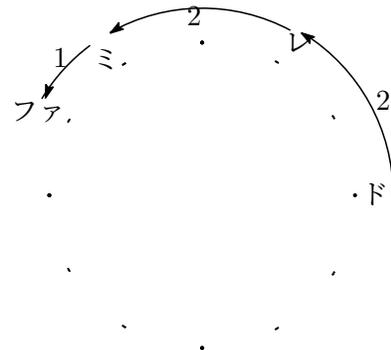
鍵盤楽器では、たとえば右上図のドとレの間の黒鍵をたたくと、ドとレの間の高さの音(ドのシャープ)が鳴ります。ミとファの間は黒鍵がないので間の高さの音は鳴らせません。

隣同士の高さの音の間隔はどれも等しく**半音**と呼ばれるので、ドとレの高さの間隔は半音2個分、ミとファの間隔は半音1個分です。

**問 1** ドと、高いドの音高の間隔は、半音何個分ですか？

**作業 1** 次の図の円周上には12個の点があります。たとえば、ドとレは音の高さの間隔が半音2個分なので、円周上の2つ隣りの点になるように描いています。ミとファなら半音1個分なので、円周上の点は隣同士になります。

その描き方で、鍵盤の図を見ながら、ソ、ラ、シを書き込んでください。



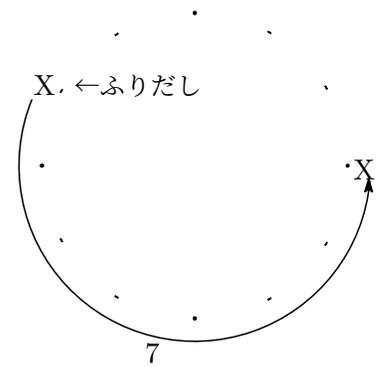
さて、このドレミファソラシの位置が、すごろく方式でも求められることを、これから示しましょう。

次の図のように円上に12個の位置を書き、ふりだしにした位置から左回りに7個ずつ進んでみます。

ふりだしから7個進むのを1回だけでやめると、2個だけの位置(Xで示した)ができます。

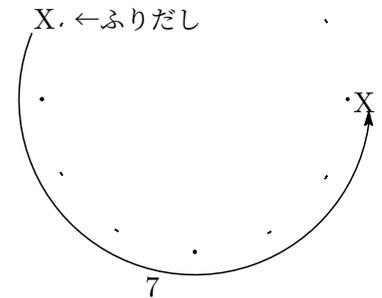
この2つの位置は、作業1の図と照らし合わせると、ファとドの2音にあたるのがわかります。

注. この図のファとドの配置は、1周12半音(1オクターブ)を、7半音と5半音に分けているのがわかります。世界中の音楽で、1オクターブの次に基本的な間隔は、この7半音(ドとソの間隔)と5半音(ドとファの間隔)です。



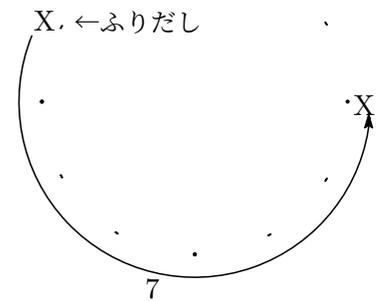
**作業2** ふりだしから左回りに7個ずつ進み、5音目まで進んでください。そうしてできる5音は作業1の図ではどんな5音ですか？

注. この5音のできる音階は、五音音階(ペンタトニック)の一種で世界各地に古くからあります。日本の民謡音階もそうです。



**作業3** ふりだしから左回りに7個ずつ進み、7音目まで進めてください。その7音は作業1の図ではどんな7音ですか？

こうしてできた7音音階は、今、世界中で使われている長調や短調の音階です。



### 五七調, 七五調

日本の古くからの詩歌には、文字数が、五・七・五(俳句, 川柳), 五・七・五・七・七(短歌), 五・七・五・七・....・七・七(長歌)など、「五・七」あるいは「七・五」から作られる形式が多い。

一例として、古事記(8世紀)にある歌

八雲立つ 出雲八重垣 妻籠みに 八重垣作  
る その八重垣を

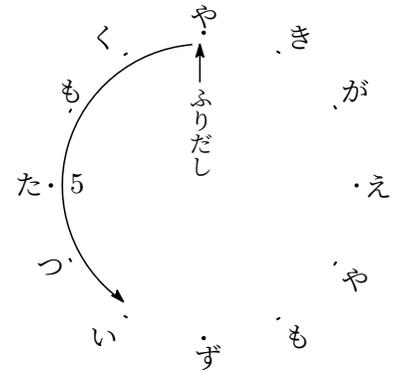
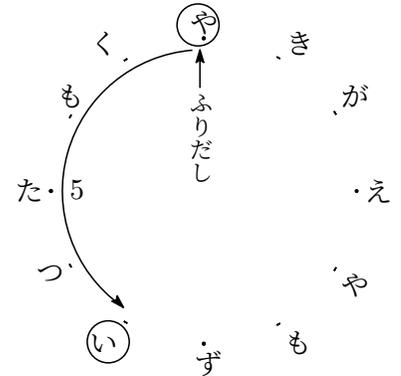
を調べる. 日本の詩歌の文字数は「五・七」が基本であると考え, この歌の最初の五・七「やくもたつ いづもやえがき」だけを取り出す. 文字数  $5+7=12$  個を円上の点で表し, 12文字を順に並べたのが右の図である.

「八雲」の「や」をふりだしとして, 左回りに5文字ずつ進んで○で囲んでみよう.

2文字で終わると, 「や」からはじまる五の句と「い」から始まる七の句に分けられる.

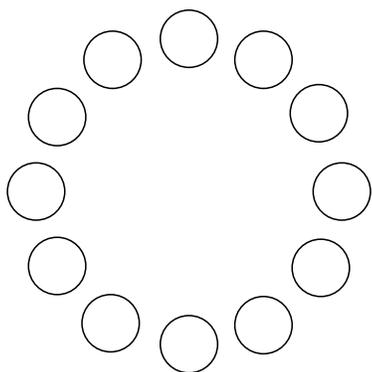
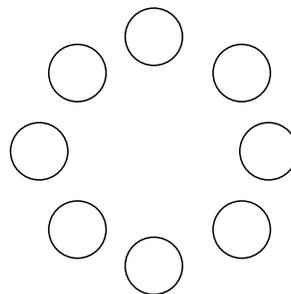
**作業 4** ふりだしの「や」から左回りに5文字ずつ進み, 5文字を○で囲んだら終わりとする.

すると, 12文字の全体が, 5つの部分に分けられる. この5部分の分かれ目は言葉の発音の切れ目に近くないだろうか?



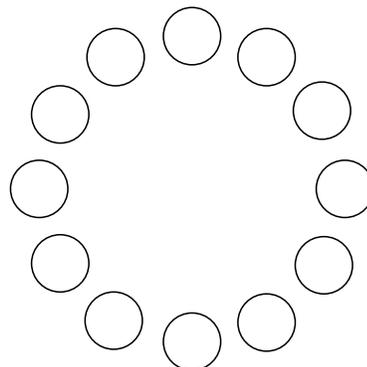


問 2 では、3人が、すわるならどう座るだろうか？  
 等間隔にすわることはできなくなるが、できるだけかたよりなく、ばらけてすわろうとするとどう座るだろうか？

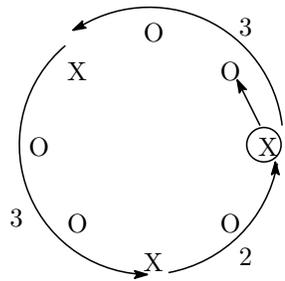


問 3 12脚のイスがある。5人の人が、できるだけかたよりなく、ばらけてすわろうとするとどう座るだろうか？

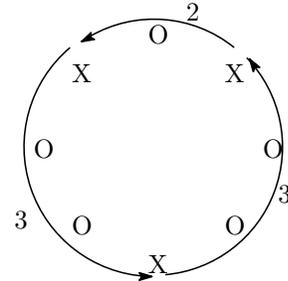
12脚のイスがあり、7人の人が、できるだけかたよりなく、ばらけてすわろうとするとどう座るだろうか？



## 補足

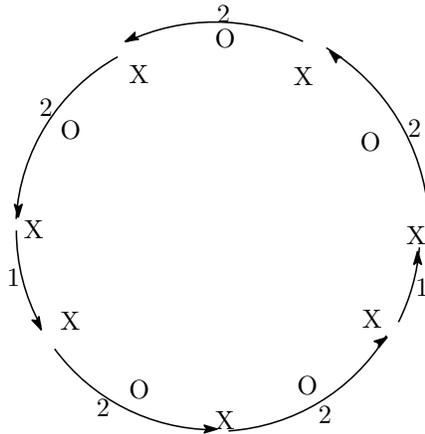


左図のように1周8個の位置のうち、3個の位置にXが置かれている。○で囲まれたXだけを左回りに1個分だけ動かすと、右のようになる。



左図と右図で、3個のXの位置は少し変わるが、X同士の間隔は、左右とも、3, 3, 2で変わらない。つまり左図を回転させると右図になり、**3個のX全体が作る形は変わらない。**

**クイズ** 図のように1周12個の位置のうち、7個の位置にXが置かれている。適当な位置のX1個だけを1個分だけ動かすと、**7個のX全体が作る形は変わらない**ようにできる。そのようになるXとその動かし方(左回りか右まわりか)を探してください。



以下はやや理論的な話に立ち入るが、興味のある人のために、少しだけ触れておく。

上のクイズの初めのXの配置は、音階 ドレミファソラシ そのものである。(どのXがドか?) このクイズの答えは、ドレミファソラシのうちの1個の音だけを半音上げるか下げるかすると、7個の音全体はまた元と同じ音階のメロディーを生むこ

とを、示している。

音楽用語でいうと、1個だけの音を半音上げるか下げるかすると、**転調**できるということである。ドレミファソラシの音階は、12回の転調で、12の調をめぐり歩き、はじめの調に戻る。転調のたびに1音だけが半音上がるか下がるかする。

この結論は、音楽理論の教科書に必ず書いてあることなのだが、もっと興味深い次の事実はそれほど知られていないかもしれない。

どんなことかという、まず、12の音の高さの位置に、7個の音を自由に配置する。たとえば、

XXXXXXXXXXXX

でもよい。(これは、7音が半音間隔でならんでしまう音階で、普通使われることは決していないだろう)

こうした7音の配置は、全部で66パターン考えることができる。この66パターンのうちで、「適当な1音だけを半音だけ上げるか下げるかして、元の音階と同じ形にできる」ような音階は、たった1パターンしかない。その1パターンが、我々がよく知っているドレミファソラシの音階なのである。ドレミファソラシの音階は、皆当たり前のように受け止めて使っているが、音楽の歴史は、このようなきれいな性質をもつ音階を選び出してきたのだろう。