

「アートとしての数学」 <http://haniu.a.la9.jp/nuas/index.html>

## 形と比

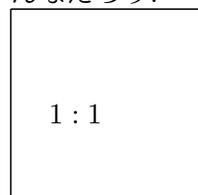
### フェヒナーの調査

フェヒナー (1801~1887, ドイツ, 心理学者, 物理学者) は, 様々な形の長方形を見せて, どれが一番良いか, また, 悪いかを尋ねた。フェヒナーが用いたのと同じ縦横比の長方形セットで, 調査してみる。比較のため, フェヒナー (1860年) と中村滋 (2001年 約 250人) と 2007年度この授業 (31人) での調査結果を載せる。

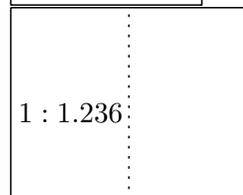
縦横比			Fechner(1860年)		中村滋 (2001年)		2007年度授業	
	最良	最悪	最良%	最悪%	最良%	最悪%	最良%	最悪%
1 : 1			3.0	27.8	17.7	18.9	19.4	6.5
1 : 1.2 (5 : 6)			0.2	19.7	4.7	7.9	9.7	12.9
1 : 1.25 (4 : 5)			2.0	9.4	6.7	6.7	3.2	16.1
1 : 1.333 (3 : 4)			2.5	2.5	9.5	3.9	16.1	6.5
1 : 1.429 (7 : 10)			7.7	1.2	19.3	2.4	19.4	3.2
1 : 1.5 (2 : 3)			20.6	0.4	13.8	3.1	9.7	3.2
1 : 1.618 ( $1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ )			35.0	0.0	15.0	2.8	9.7	6.5
1 : 1.77 (13 : 23)			20.0	0.8	5.1	5.5	3.2	3.2
1 : 2			7.5	2.5	3.9	6.3	6.5	16.1
1 : 2.5 (2 : 5)			1.5	35.7	4.3	42.3	3.2	25.8

### 身のまわりの長方形の縦横比

身のまわりに見える長方形について, かたっぱしから縦横比を調べてみるとどんなだろう。



正方形.



$1 : 1.236 \dots = \frac{1+\sqrt{5}}{2} : 2$  絵のキャンバスの F 型 (Figure, 人物型). 黄金比の長方形を 2 個並べてできる形.

3 : 4 = 1 : 1.333...	古いテレビ, パソコンのモニターなどに普及してきたらしい.
1 : $\sqrt{2}$	紙の大きさの規格 B4, A4 などの縦横比. 日本の文庫本の縦横比. 絵のキャンバスの P 型 (Paysage, 風景型). この比の長方形を半分にしてできる長方形も縦横比が変わらない.
2 : 3	35mm 写真フィルム.
1 : 1.618	1 : 1.618... = 1 : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ . 黄金分割の比. 絵のキャンバスの M 型 (Marine, 海型) の縦横比. 新書版の本, 名刺, 各種カードなどにも, 1 : 1.6 にワリと近いものは多い.
9 : 16	9 : 16 = 1 : 1.77... . ワイドテレビ. ハイビジョン放送の普及にともない, テレビ画面もワイド化され, さらに, アメリカ映画界の要望を受け入れて 9 : 16 になったという.
1 : 2	1 : 2 日本の畳. 部屋を設計するのに合理的な形である.

映画のスクリーンの縦横比は, 時代とともにおよそ横長になってきた傾向がある. スタンダード, 1 : 1.37. ヨーロピアン・ビスタ, 1 : 1.66. アメリカン・ビスタ, 1 : 1.85. シネマスコープ, 1 : 2.35

参考文献 日本図学会編「美の図学」(森北出版)  
 参考 WEB ページ 「スクリーンサイズについて」 ↓  
<http://www5b.biglobe.ne.jp/cinema/0702.html>

## 黄金分割



線分 AB を,

$$AC : CB = CB : AB$$

となるような点 C で分割すること, 言いかえると,

$$\text{短} : \text{長} = \text{長} : \text{全体}$$

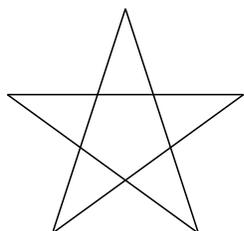
となるような点 C で分割することが**黄金分割**と呼ばれている. 計算によると,

$$AC : CB = 1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1 : 1.618$$

となる. 以下では  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  をギリシャ文字  $\phi$ (ファイ) で表そう.

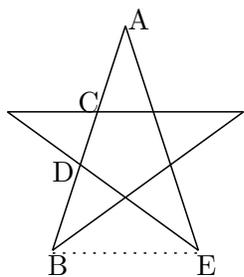
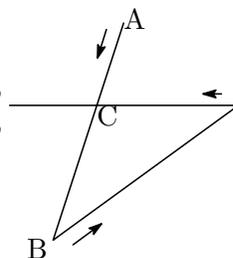
## 黄金分割が見られる実例

- ペンタグラム (五芒星).



誰でも星型を一筆書きできるが, 星のとんがり角が正五角形の頂点になるように描くとペンタグラム (五芒星) になる.

一筆書きの途中で, 前に描かれた線分を横切るが, これが黄金分割になっている. 図ならば, 点 C は, 線分 AB を  $1 : \phi = 1 : 1.618 \dots$  に分割する.



もっとくわしく言うと,  $CD : DB$ ,  $AC : CB$ ,  $CB : AB$ , はすべて黄金分割の比  $1 : \phi = 1 : 1.618 \dots$  である. さらに,  $BE$  も  $DE$  や  $AD$  と等しい長さで,  $BE : AB$  も黄金分割の比である.

(ペンタグラムについては後で別にもっとくわしく見る.)

- ユークリッドの原論 (ギリシャ数学を近代や現代まで伝えてくれた歴史的ベストセラー. 紀元前 300 年頃) には, 黄金分割の作図法が載せられている.
- 絵のキャンバスの海型 (M Marine) の縦横比  $1 : \phi$ .
- 中世以来のヨーロッパの本の装丁.
- 黄金比と「わりと近い」という例として. 現代の日本の新書版の本や英語のペーパーバック本の縦横比. 日本の名刺. 日本の各種カード類も名刺の大きさに合せたためか黄金分割の比にわりと近い.

古代, 中世, 近代を通して, 美術作品や建築に黄金比は多く見られると, しばしば言われてきたが, この点は慎重に考える必要があるだろう.

たとえば, 古代ギリシャのパルテノン神殿の縦横比は黄金比だとしばしば言われてきたが, 近代の解釈者が建物のどこどこを縦と横をみなすのか. また, 古代にパルテノン神殿を作った設計者には黄金比の意図があったのかどうかも不明だろう. ミロのヴィナスの (へそ上) : (へそ下), 中世ヨーロッパの建築, 都市計画, 中世以降の絵画の構図などについても黄金比が指摘されてきたが, 個々のケースについて注意深い判断が必要だろう.