数列とはどんなものか

「数列」とは, 文字どおり, 数が列をなしたものだが, どんな場面で現れてどう役に立つものか, ざっと知ってもらうため, 若干の実例を挙げる.

(イ) バクテリア (細菌) は, 栄養環境が良いと, 一定時間に一定倍ずつ増えるそうだ。仮に, はじめ 1 グラムのバクテリアが, 1 時間ごとに 2 倍ずつ増えたとすると, 1 時間ごとのバクテリアの量は,

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\ \cdots\cdots$$

このように, 次の数が直前の数の一定倍であるような数の並びを, 等比数列というが, 生物の増え方をはじめとして, 自然現象に非常に多く現れる. たとえば, 人口の増え方と減り方, 崩壊してゆく放射性同位元素の量, 有機水銀の体内残存量, 巻き貝螺旋の形, 一定の音程ずつ高くなる音列の振動数比, $\cdots\cdots$. 銀行預金の複利計算など, 人が作ったシステムにも多く使われている.

(ロ) 「1, 1 で始まり, 前の 2 項の和が次の項になる」という規則でできてゆく数列,

$$1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 8,\ 13,\ 21,\ 34,\ 55,\ 89,\ \cdots\cdots$$

は, フィボナッツィ数列と呼ばれている. この数列はピサのレオナルド (通称フィボナッツィ) 著「計算の書」(1202 年) に, ウサギの増えかたの問題として現れており, やはり生物の増え方として考えられた点が興味深い. そこでは「どのつがいも生まれて2ヶ月目から毎月 1 つがいのウサギを産む」との仮定されている. →図 1

フィボナッツィ数列も, ひまわりの小花のつくる螺旋, 植物の葉のつきかた, など自然界のあちこちに現れる. また, 関係の深い黄金比 (およそ, 1.618 : 1) とともに, 美術, 建築, 音楽の構造に取り入れられてきた. (フィボナッツィ数列は, すでに, 6〜8 世紀のインドの韻律学で現れていたという)

(ハ) 次の数列

$$\frac{3}{2},\ \frac{7}{5},\ \frac{17}{12},\ \frac{41}{29},\ \frac{99}{70},\ \cdots\cdots$$

は, $\sqrt{2} = 1.41421356\cdots\cdots$ に限りなく近づいてゆくので, $\sqrt{2}$ の近似計算に使える. (上の数列をつくってゆく規則はわかりますか ?) これは, おそくとも古代ギリシャで知られていた。

(ニ) 次の数列

$$1, -\frac{1}{3},\ \frac{1}{5},\ -\frac{1}{7},\ \frac{1}{9},\ -\frac{1}{11},\ \cdots\cdots$$

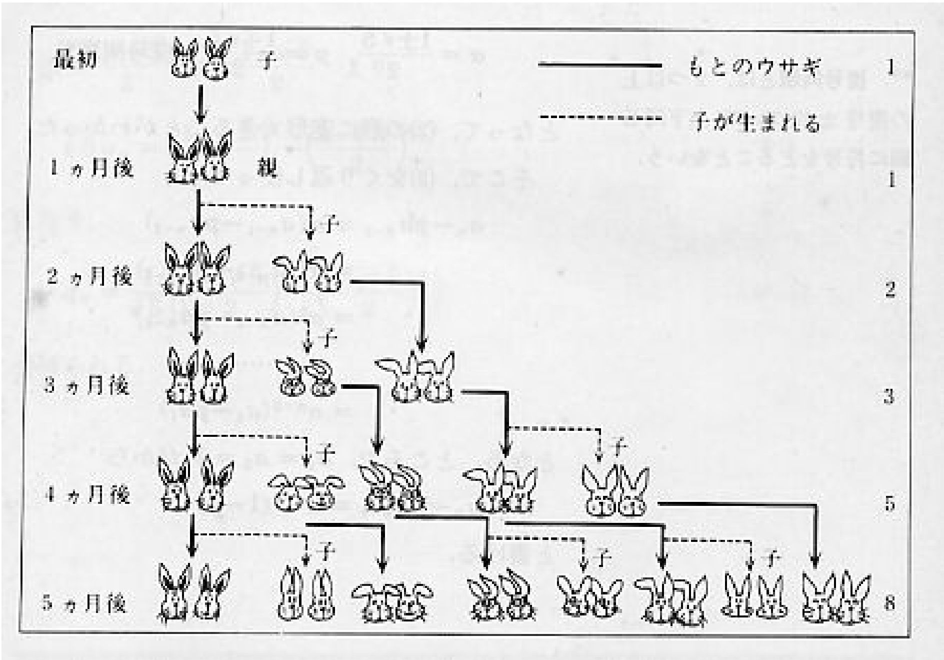

図 1: (三省堂の高校数学教科書より)

を, たしあわせてゆくと, $\dfrac{\text{円周率}}{4} = \dfrac{\pi}{4}$ に限りなく近づいてゆくことがわかってる．すなわち,

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \cdots\cdots$$

この円周率計算公式は, ヨーロッパでは 17 世紀後半にグレゴリーやライプニッツが発見したが, 南インドのケーララ地方の数学者たち (マーダヴァの学統) が発見した時期は, 15 世紀か 14 世紀後半までさかのぼるかもしれない.

(ハ)(ニ) のように, 無理数 ($\sqrt{2}$ や π のように分数で表せない数) の近似値を知るために, 無限に続く数列や数列の和が使われる．$\sqrt{2}$ や π のようにわかりにくい数を, $1.4142\cdots\cdots$ や $3.1415926\cdots\cdots$ のように, 実際の大きさがわかりやすい数で表すことは, 日常でも工学上も大いに大切なことである．無理数のように抽象的に見える数の世界も, 数列のおかげで, 実際にキチンと測れる世界に結びついている．だから, 近代数学は月へロケットを届かせられた.